Cálculo Diferencial e Integral I 2020-1
Profra: Dra. Judith Campos Cordero Ayudantes: Jonathan Giovanni Gil Juárez
. Manuel Alejandro Zúñiga Pérez

Tarea 2

Demuestra las siguientes afirmaciones.

1. **(*)** Para toda $n \in \mathbb{N}^+$, $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$.

2. Para toda $n \in \mathbb{N}^+$, $1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \ldots + n \cdot 3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}$.

3. Para toda $n \in \mathbb{N}^+$, $\frac{1}{2\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 8} + \frac{1}{8\cdot 11} + \ldots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$.

4. La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética, $a + 0(d)$, $a + 1(d)$, $a + 2d, \ldots, a + (n-1)d$ es igual a $\frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$, donde $a, d, n \in \mathbb{N}$.

5. **(*)** Para todo $a \in \mathbb{R}$, el inverso aditivo de a es único, es decir, si $b, c \in \mathbb{R}$ son tales que $a + b = a + c = 0$, entonces $b = c$.

6. $-0 = 0$.

7. Para todo $a \in \mathbb{R}$, $-(-a) = a$.

8. Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$, $-(a + b) = -a + (-b)$.

9. Si $a \cdot x = a$ para todo $a \neq 0$, entonces $x = 1$. Esto signfica que el **neutro** multiplicativo es único.

10. Si $a \in \mathbb{R}$ es tal que $a \neq 0$ y $a \cdot x = a \cdot y$, entonces $x = y$. Esta es la ley de la cancelación de la multiplicación.

11. **(*)** Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$. En particular, $(-1) \cdot a = -a$.

12. Demuestra que para cualesquiera $m, n \in \mathbb{N}$, si $a \neq 0$ entonces $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$. (Aquí, estamos considerando que $\mathbb{N}$ es el conjunto de números naturales, incluyendo al 0).

13. **(*)** Sea $a \in \mathbb{R} - \{0\}$. Demuestra que $a > 0$ si y sólo si $a^{-1} > 0$.

14. Sean $a, b \in \mathbb{R}$ tales que $a, b > 0$ y $a < b$. Demuestra que entonces $b^{-1} < a^{-1}$.

15. **(*)** Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Demestra que si $a < b$, entonces $ac > bc$ si y sólo si $c < 0$.

16. Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Demuestra que $a^2 + b^2 = 0$ si y sólo si $a = b = 0$.