$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c)\,dx.$$

Ej. 12 de T. 4. Sugerencia: ~~Cambio de variable~~

Ojo: Cometí un error al sugerirles que usen cambio de variable, pues la versión que tenemos de ese teorema pide que f sea continua.

El Teo. de Cambio de Variable es cierto aún si f no es continua, pero no lo podemos demostrar en este curso.

La sugerencia correcta es que lo hagan con particiones y sumas superiores e inferiores.

Ej. 6 (ii).

$$F(x) := \int_0^{x^2} \frac{1}{1-t^3}\,dt.$$

$$G(x) := \int_0^{x} \frac{1}{1-t^3}\,dt.$$

$$G'(x) = \frac{1}{1-x^3}$$

$$x \longmapsto x^2 \longmapsto \underline{G(x^2)} = \int_0^{x^2} \frac{1}{1-t^3}\,dt. \quad = F(x).$$

$$\frac{d}{dx} G(x^2) = \underline{G'(x^2)} \cdot \underline{2x} = \frac{1}{1-(x^2)^3} \cdot 2x$$

6 (iii) $F(x) = \int_{x^2}^{x} \sqrt{1+t^2}\, dt$.

$$= \int_{x^2}^{0} \sqrt{1+t^2}\, dt + \int_{0}^{x} \sqrt{1+t^2}\, dt.$$

$$= -\int_{0}^{x^2} \sqrt{1+t^2}\, dt + \int_{0}^{x} \sqrt{1+t^2}\, dt.$$

Sea

$G(x) := \int_{0}^{x} \sqrt{1+t^2}\, dt$.

Ent. $\int_{0}^{x^2} \sqrt{1+t^2}\, dt = G(x^2)$.

$\frac{d}{dx} G(x^2) = G'(x^2) \cdot 2x$. por regla de la cadena.

$$G(x) = -\int_0^x \sqrt{1+t^2}\,dt.$$

$$G'(x) = -\sqrt{1+x^2}$$