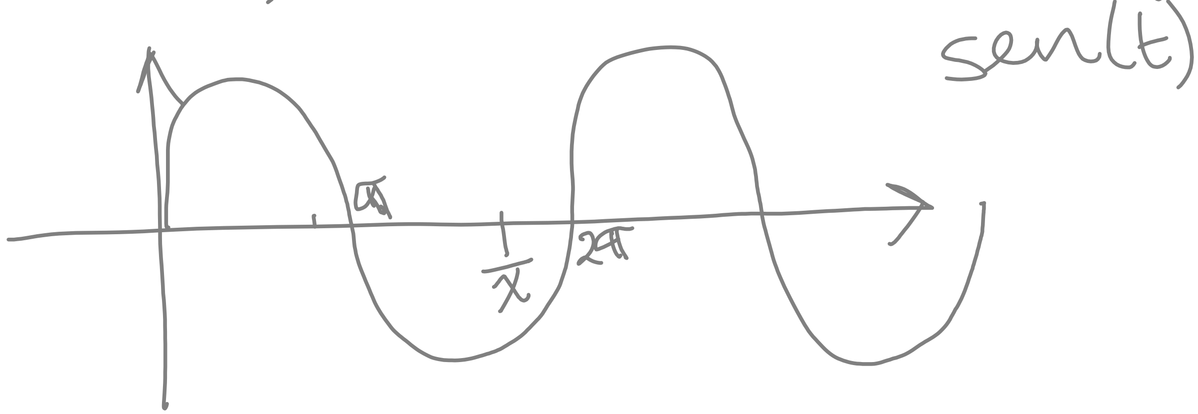
9. P.D. $\left(\int_0^x \frac{sen(t)}{t+1}\,dt\right) > 0. \quad \forall x > 0.$

sen(t) tiene cambios de signo.



$$\int_0^{\bar{x}} \frac{sen(t)}{t+1}\,dt = \int_0^{\pi} \frac{sen(t)}{t+1}\,dt + \int_{\pi}^{\bar{x}} \frac{sen(t)}{t+1}\,dt.$$

Paso 1: $-\int_{\pi}^{x} \frac{sen(t)}{t+1}\,dt < \int_0^{\pi} \frac{sen(t)}{t+1}\,dt.$

si $x \in (\pi, 2\pi]$

Paso 2: Si $x > 2\pi$:

Caso 1: $x \in [2k\pi, (2k+1)\pi]$

Caso 2: Si $x \in [(2k+1)\pi, 2k\pi]$.

En este paso: expresar

$$\int_0^x \underbrace{\frac{\operatorname{sen}(t)}{t+1}}_{f(t)} dt = \int_0^{\pi} f + \int_{\pi}^{2\pi} f + \dots + \int_{m\pi}^{x} f .$$

con $x \in [m\pi, (m+1)\pi]$

Aquí, ver los casos si m es par o m es impar.

16 (i) $F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2}\,dt$. no depende de x.

Sugerencia: Derivar con respecto a x.

17. F t.q. $F'''(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\operatorname{sen}^2(x)}}$.

Dar G t.q. $G'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\operatorname{sen}^2(x)}}$.

$$G(x) := \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{sen}^2(t)}}\,dt$$

¿G es continua? Sí Por T.F.C II.

$$\underbrace{\int_0^y \underbrace{\left(\int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{sen}^2(t)}}\,dt\right)}_{G(x).} dx}_{H(y)}.$$

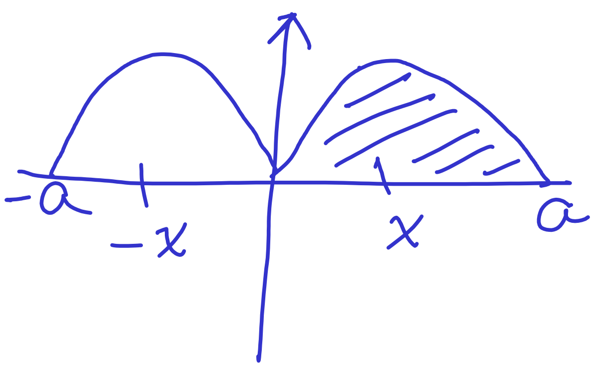
$$H'(y) = G(y)$$

$$= \int_0^y \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{sen}^2(t)}}\,dt.$$

8. (a) Si f es par, ent.

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx.$$

Como f es par $f(x) = f(-x)$.



$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$$

$$\leq S(f, P) = S(f|, \tilde{P}) +$$

- P con el origen : $0 \in P$.
- P simétrica.

$\tilde{P} = P \cap [-a, 0]$, $P \cap [0, a] = \tilde{\tilde{P}}$

$S(f|, \tilde{\tilde{P}})$

$= (*)$

P también debe ser tal que

$$S(f,P) - I(f,P) < \varepsilon.$$

Se puede lograr que

$$\boxed{S(f|,\tilde{P}) < I(f|,\tilde{P}) + \varepsilon}$$

y $S(f|,\tilde{\tilde{P}}) < I(f|,\tilde{\tilde{P}}) + \varepsilon$.

Ent. $(*) < I(f|,\tilde{P}) + I(f|,\tilde{\tilde{P}}) + 2\varepsilon$

$$< \boxed{\int_{-a}^{0} f} + \boxed{\int_{0}^{a} f} + 2\varepsilon.$$

$\overset{?}{=}$

13. Sup. f es int. entre ca y cb.

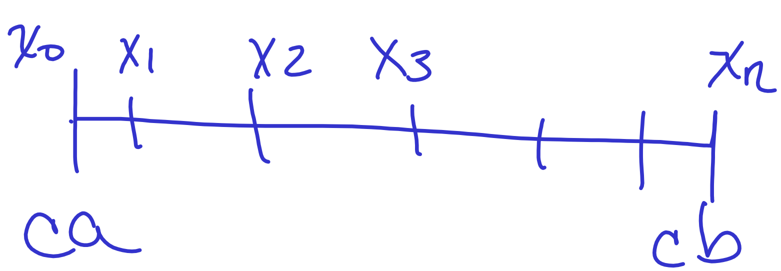
Caso 1: $c = 0$.

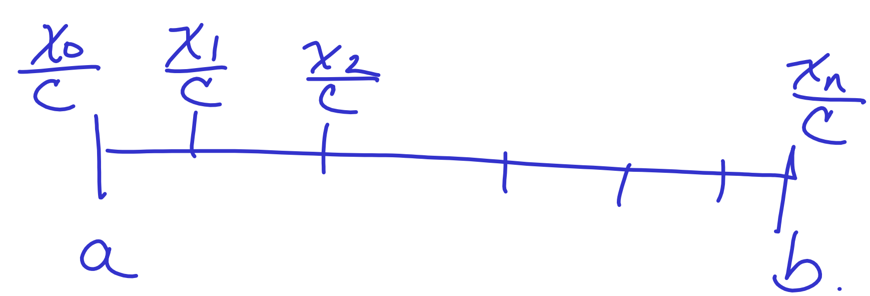
Caso 2: $c > 0$.

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists P_\varepsilon \in \mathcal{P}[ca, cb]$ t.q.

$$S(f, P_\varepsilon) - I(f, P_\varepsilon) < \varepsilon \quad \dots\dots \quad (1)$$

Sea $\varepsilon > 0$ arbitraria. Tomemos $P \in \mathcal{P}[ca, cb]$ t.q. se cumpla (1).





Si $f:[ca,cb]\longrightarrow\mathbb{R}$, la función

$$g(x)=f(cx) \quad \text{está def. en } [a,b]$$

P.D. $\displaystyle\int_{ca}^{cb} f = c\int_a^b f(cx)\,dx = c\int_a^b g(x)\,dx.$

$$\int_{ca}^{cb} f(x)\,dx \leq S(f,P_\varepsilon)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} M_k(x_k-x_{k-1}) = \ldots$$

$$M_k = \sup\{f(x) : x\in[x_{k-1},x_k]\}.$$

¿Cómo se relaciona M_k con $\tilde{M}_k$, donde
$\tilde{M}_k = \sup\{f(cx) : x\in[\frac{x_{k-1}}{c},\frac{x_k}{c}]\}$?