

**Tarea 1**

1. En un periódico aparece el siguiente párrafo: "El mexicano Juan René practica tiro con arco. Entrena arduamente en Jalisco. Está compitiendo en las Olimpiadas de Beijing." Sean  $P$ ,  $Q$  y  $R$  la primera, segunda y tercera oraciones de este párrafo respectivamente. Escriba en español las siguientes proposiciones (observe que la segunda y tercera oraciones no tienen sujeto, porque está implícito gracias a la primera oración):

- (i)  $P \wedge Q$ ,
- (ii)  $(\neg Q) \vee R$ ,
- (iii)  $(P \wedge Q) \implies R$ .

2. Haga las tablas de verdad de las siguientes proposiciones:

- (i)  $((\neg P) \wedge Q) \implies R$ ,
- (ii)  $((\neg P) \wedge Q) \iff (P \vee (\neg Q))$ ,
- (iii)  $(\neg(P \vee Q)) \vee ((\neg P) \wedge Q)$ .

3. Determine en cada caso si la información dada es suficiente para conocer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas, justificando sus respuestas:

- (i)  $(P \implies Q) \implies R$ ; sabiendo que  $R$  es verdadero (V)
- (ii)  $(P \vee Q) \iff ((\neg P) \wedge (\neg Q))$ ; sabiendo que  $Q$  es V
- (iii)  $(P \wedge Q) \implies (P \vee R)$ ; sabiendo que  $P$  es V y  $R$  es falso (F)
- (iv)  $P \wedge (Q \implies R)$ ; sabiendo que  $P \implies R$  es V
- (v)  $((P \vee Q) \wedge (\neg Q)) \implies Q$ ; sabiendo que  $P \vee Q$  es V y  $Q$  es F.

4. Diga si los siguientes pares de proposiciones son lógicamente equivalentes, justificando sus respuestas:

- (i)  $P \implies Q$  y  $Q \implies P$ ;
- (ii)  $P \implies Q$  y  $\neg Q \implies \neg P$ ;
- (iii)  $(P \vee R) \wedge (Q \vee \neg R)$  y  $(R \wedge Q) \vee (\neg R \wedge P)$ .

5. Diga si las siguientes proposiciones son leyes lógicas o tautologías, justificando sus respuestas:

- (i)  $P \implies (P \vee Q)$ ,
- (ii)  $P \implies (Q \implies (R \vee P))$ ,
- (iii)  $((P \implies Q) \wedge (Q \implies R)) \implies (P \implies R)$ .

6. Niegue las proposiciones del Ejercicio 2., simplifíquelas de forma que cada símbolo de negación afecte a lo más a una letra, y calcule la tabla de verdad de las proposiciones negadas, comparando con la tabla de verdad de la proposición para revisar que sí haya negado correctamente.

7. Escriba las siguientes proposiciones en lenguaje simbólico de tal manera que las letras representen proposiciones que ya no pueden descomponerse, después niegue las representaciones simbólicas de forma que cada símbolo de negación afecte a lo más a una letra, y retradúzcalas al español:

- (i) Hay nubes, pero no llueve.
- (ii) Voy al cine contigo si llevas tu auto, pero no va tu mamá o tu hermano.
- (iii) Si llueve, habrá agua.

8. Traduzca las siguientes oraciones con esquemas proposicionales, después niegue las representaciones simbólicas de manera que cada símbolo de negación afecte a lo más a un esquema proposicional y retradúzcalas al español:

- (i) El cuadrado de todo número real es mayor que 2.
- (ii) Existen enteros cuyo cubo aumentado en 1 es igual al cubo del siguiente entero.
- (iii) Todo el que disfruta estudia.

9. Niegue las siguientes fórmulas de manera que cada símbolo de negación afecte a lo más a un esquema proposicional:

- (i)  $\exists x(P(x) \vee \neg Q(x))$ ,
- (ii)  $\forall x(P(x) \implies Q(x))$ ,
- (iii)  $\exists x(\neg P(x) \wedge Q(x))$ ,
- (iv)  $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$ ,
- (v)  $\exists x \forall y(x \leq y)$ .

10. Diga si los siguientes son razonamientos deductivos válidos, justificando su respuesta (si el razonamiento no es válido, la manera de justificar la respuesta es dando un ejemplo en el que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, es decir, dar un "contraejemplo"):

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} P \vee \neg Q \\ (\neg Q) \iff R \\ \hline P \vee \neg R \\ \hline P \end{array} & \begin{array}{c} P \wedge Q \\ (P \wedge Q) \implies R \\ \hline R \implies S \\ \hline S \end{array} & \begin{array}{c} ((\neg P) \wedge Q) \implies R \\ (\neg R) \wedge S \\ \hline \neg Q \\ \hline P \end{array}
 \end{array}$$

11. Diga si los siguientes razonamientos son válidos, justificando su respuesta:

Si los músicos no están interesados, entonces no les preocupan los ensayos ni el público.

- (i) A los músicos les preocupan los ensayos o el público.

---

Los músicos están interesados.

Si  $a + b$  es par y  $b$  es par, entonces  $a$  es par.

- (ii) Ni  $a$  ni  $b$  es par.

---

$a + b$  no es par.

12. Demuestre los siguientes teoremas expresándolos simbólicamente y verificando que el razonamiento deductivo sea válido:

- (i) Si un número es impar, entonces su cuadrado es impar.
- (ii) Si  $a \cdot b$  es impar, entonces  $a$  y  $b$  son impares.