Si $f: A \to B$ es una función,

ent $\operatorname{dom}(f) = A$

$\operatorname{Im}(f) \subseteq B$.

<u>Definición:</u> Si $f: A \to B$, decimos que B es el <u>contradominio de f.</u>

<u>Ejemplo:</u> Si $A = \{-1, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 4, 9, 10\}$

y $f = \{(x, y) \in A \times B : y = x^2\}$, entonces

f es una función de A en B:

$f(-1) = 1$ pues $(-1, 1) \in f$.

$f(1) = 1$ pues $(1, 1) \in f$.

$f(2) = 4$ pues $(2,4) \in f$

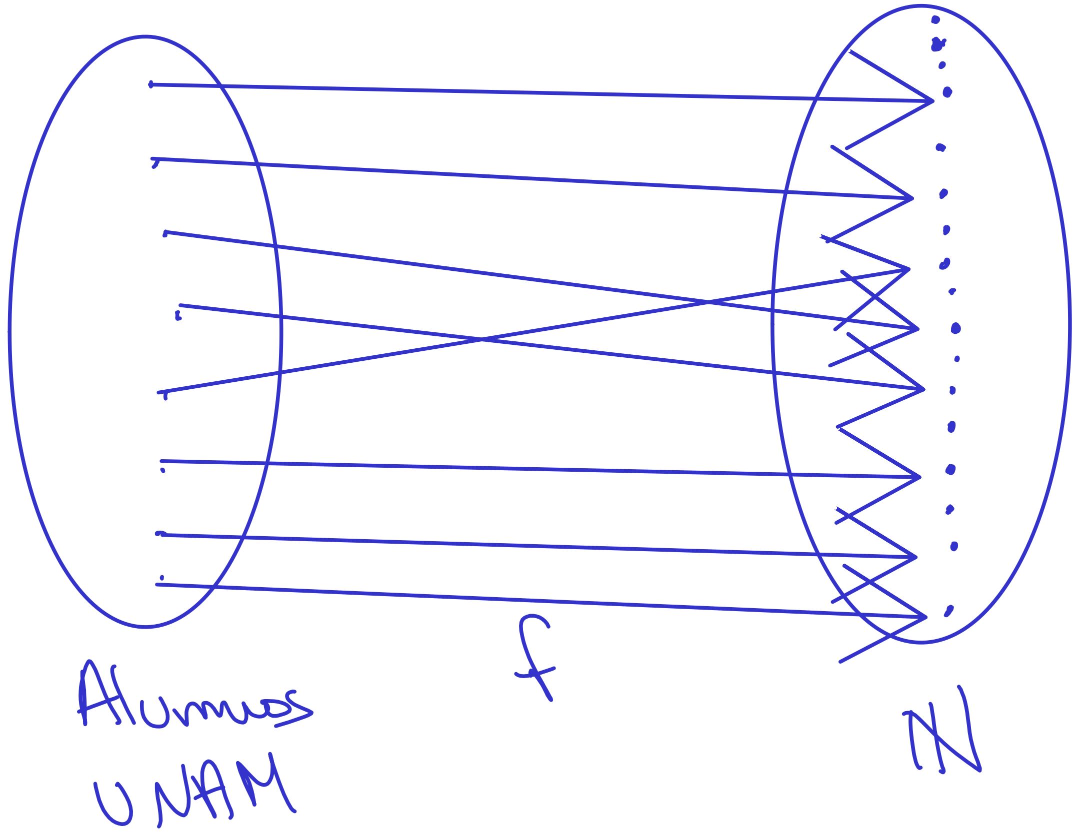
$f(3) = 9$ pues $(3,9) \in f$.

Ent. B es el contradominio de f.

- A es el dominio
- $\mathrm{Im}(f) = \{1, 4, 9\} \neq B$.

<u>Notación:</u> Si $f : A \to B$ es una función, denotamos por $\mathrm{codom}(f) = B$ al contradominio de f.

Clasificación de funciones



Definición: Si A y B son conjuntos y $f: A \to B$ es una función, decimos que f es $\boxed{\text{inyectiva}}$ sii $\forall\, x_1, x_2 \in A\ (x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2))$

Esto es equivalente a

$$\forall x_1, x_2 \in A \left(f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \right),$$

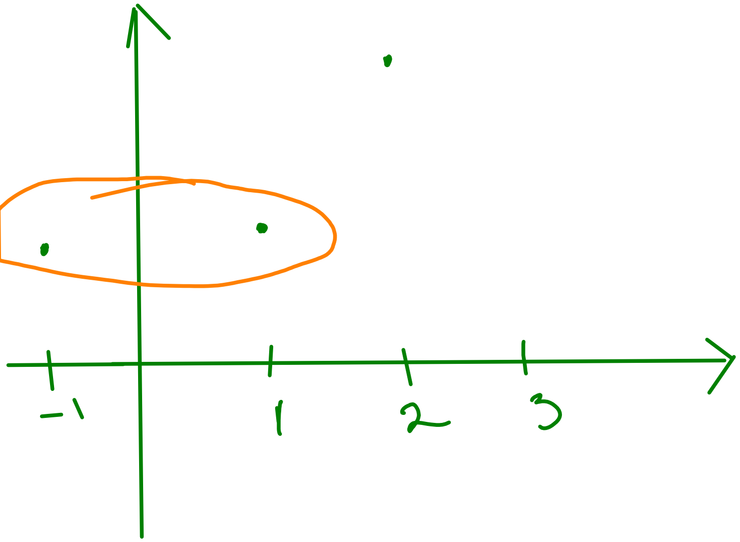
que es la contrapositiva del enunciado anterior.

Ejemplos: 1) La función $f: A \to B$ con A el cjto de alumnos de la UNAM y $B = \mathbb{N}$ definida como $f(x) = \#$ cuenta de x, es inyectiva pues estudiantes distintos tienen números de cuenta distintos.

2) Si $A = \{-1, 1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 1, 4, 9, 10\}$,

$f = \{(x, y) : y = x^2\}$ ¿es f inyectiva?

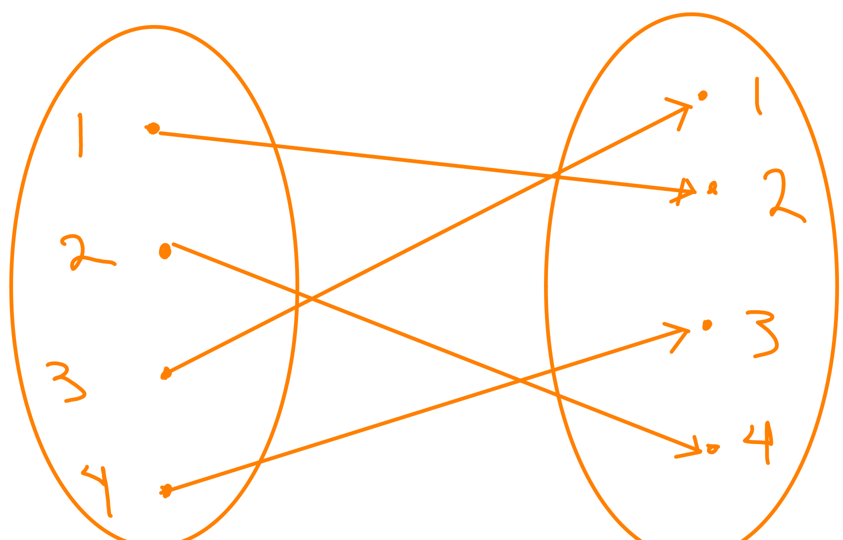
No pues: $-1 \neq 1$ y $f(-1) = 1 = f(1)$.



3 Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

Sea $f : A \to B$ t.q.

$$f(1) = 2$$
$$f(2) = 4$$
$$f(3) = 1$$
$$f(4) = 3$$



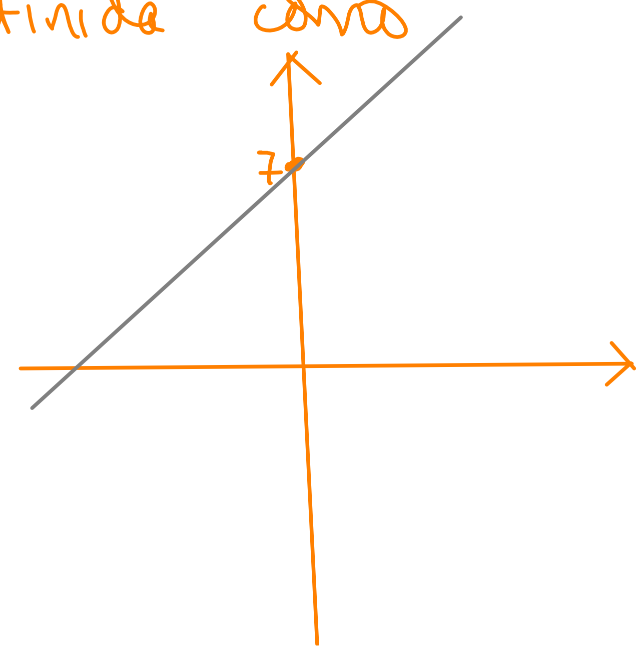
A una función como f se le llama una "permutación". Con frecuencia estas funciones se denotan como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

f es inyectiva.

4 Si $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ está definida como

$$f(x) = x + 7.$$



Para ver que f es inyectiva:

Sean $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

P.D. $f(x_1) = f(x_2) \Longrightarrow x_1 = x_2$.

Sup. que $f(x_1) = f(x_2)$.

Entonces $x_1 + 7 = x_2 + 7$

Por tanto, $x_1 + 7 - 7 = x_2 + 7 - 7$ y, entonces

$$x_1 = x_2.$$

Hacerlo por contrapuesta significaría suponer que

$x_1 \neq x_2$ y demostrar que $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Si $x_1 \neq x_2$, ent. tenemos dos casos:

Caso 1: $x_1 < x_2$. Ent. $x_1 + 7 < x_2 + 7$.

Ent $f(x_1) < f(x_2)$.

Ent. $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Caso 2: $x_2 < x_1$ Ent. $x_2 + 7 < x_1 + 7$.

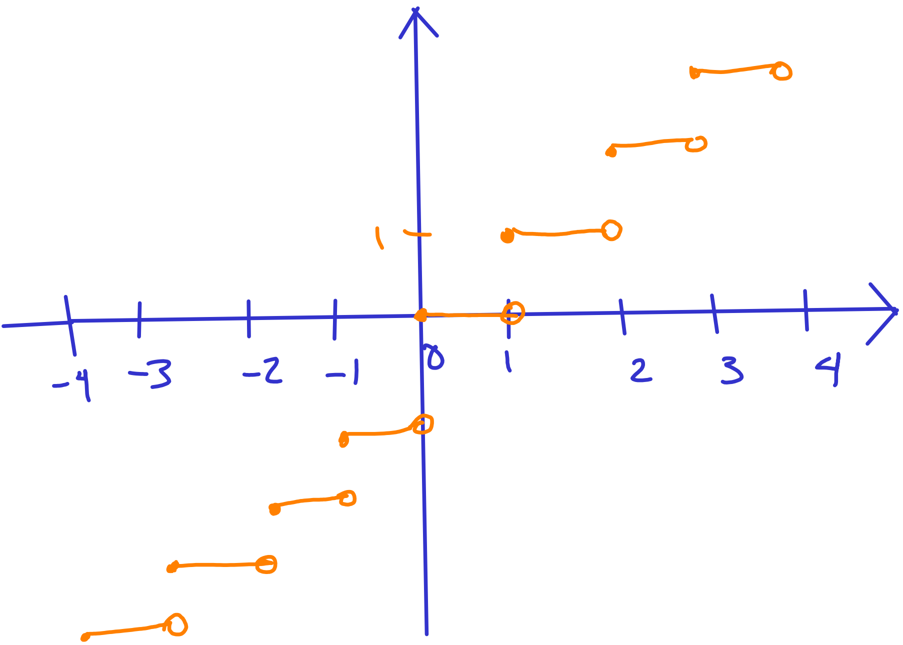
Ent $f(x_2) < f(x_1)$

Ent. $f(x_2) \neq f(x_1)$.

$\therefore$ $f(x_1) \neq f(x_2)$. //

5 Sea $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ def. como $f(x) = \lfloor x \rfloor$

(el entero más grande que es $\leq$ a x).



f no es inyectiva pues:

$$f(1.5) = 1 = f(1.2) \text{ y}$$

$$1.5 \neq 1.2.$$