Dada $f: A \longrightarrow B$, la función $f$ se interpreta como una terna ordenada $(A, B, f)$.

Dadas $f: A \to B$ y $g: A' \longrightarrow B'$, decimos que $f = g$ (como funciones) sii

$$(A, B, f) = (A', B', g).$$

Ejemplo: Sea $f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ definida como

$$f(x) := 3x.$$

Sea $g: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ definida como

$$g(x) := 3|x|.$$

Nótese que $\operatorname{dom}(f) = \mathbb{N} = \operatorname{dom}(g)$ y

$$\operatorname{codom}(f) = \mathbb{N} = \operatorname{codom}(g).$$

Además, si $x \in \mathbb{N}$, ent, como $x \geq 0$,

$$g(x) = 3 \cdot |x| = 3 \cdot x = f(x).$$

Ejemplo: Sea $f : \{1, 2\} \longrightarrow \mathbb{N}$ con

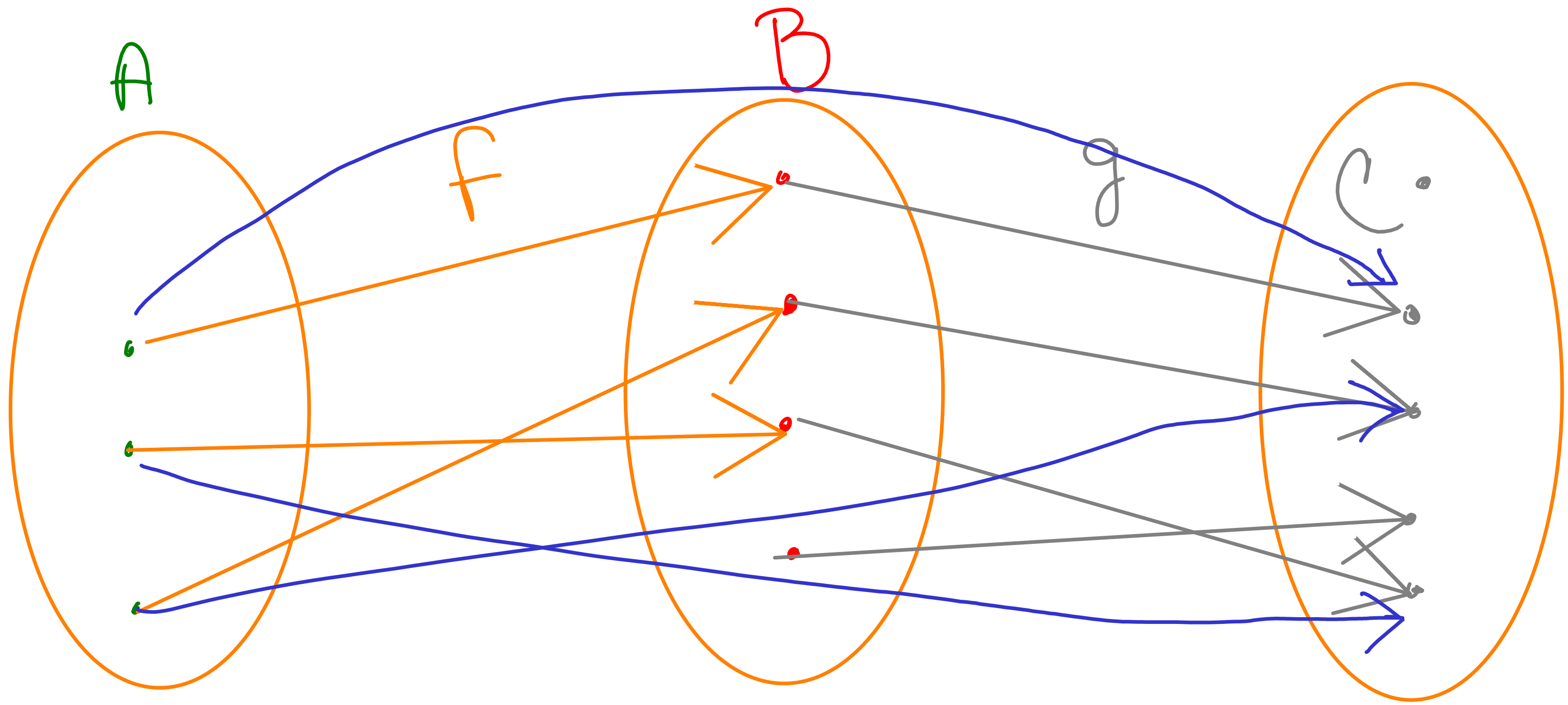
$$f(1) = 1 \quad \text{y}$$
$$f(2) = 4.$$

Sea $g : \{1, 2\} \longrightarrow \mathbb{N}$ con $g(x) := x^2$.

Ent. $f$ y $g$ tienen el mismo dominio y el mismo contradominio y, además $\forall x \in \{1, 2\}$

$$f(x) = g(x).$$

# Composición de funciones




Las flechas azules dibujan a una función que va de A en C a la que llamaremos <u>composición de f con g.</u>

**Definición:** Sean $A, B$ y $C$ conjuntos y sean $f: A \longrightarrow B$ y $g: \mathrm{Im}(f) \longrightarrow C$.

Definimos a la función <u>$f$ compuesta con $g$</u> denotada como $g \circ f$, como la función

$g \circ f : A \longrightarrow C$ tal que

$$g \circ f(x) := g(f(x)).$$

---

**Ej:** Sea $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ def. como $f(x) = x - 2$.

y sea $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ def. como $g(x) = x^2$.

Ent $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x-2) = (x-2)^2$.

$\forall x \in \mathbb{R}$.

Por otro lado, $f\circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 - 2$.

Nótese que, $g\circ f(0) = (0-2)^2 = 4$ y
$$f\circ g(0) = 0^2 - 2 = -2.$$

$$\therefore\ g\circ f \neq f\circ g.$$

---

<u>Definición:</u> Sea $A$ un conjunto arbitrario. Definimos a la <u>función identidad en $A$</u> como la función $Id_A : A \longrightarrow A$ tal que

$$\forall x \in A \quad Id_A(x) := x.$$

**Proposición:** Sea $f: A \to B$ una función.

Entonces $f \circ Id_A : A \to B$ es t.q.

$$f \circ \underline{Id_A} = f$$

y, además, $Id_B \circ f : A \to B$ es t.q.

$$\underline{Id_B} \circ f = f.$$

Obs: Si $A \neq B$, $Id_A \neq Id_B$ pues $dom(I_A) = A$ y $dom(I_B) = B$.

**Dem. de la prop.:** Ejercicio.

<u>Ejemplo:</u> Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow [0,\infty)$. definida como $f(x) = x^2$.

Sea $g : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como $g(x) := \sqrt{x}$.

Entonces $\forall x \in \mathbb{R}$ $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$.

Por otro lado, $\forall x \in [0,\infty)$
$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 \underset{x \geq 0}{=} x.$$
$$= Id_{[0,\infty)}.$$

<u>Definición:</u> Sean $f : A \to B$ y
$g : B \to A$.

Decimos que $\boxed{f \text{ es una inversa izquierda de } g}$
si y sólo si

$$f \circ g = Id_B$$

Decimos que $\boxed{f \text{ es una inversa derecha}}$
$\boxed{\text{de } g}$ si y sólo si

$$g \circ f = Id_A.$$

El ejemplo anterior muestra que $f$ puede ser inversa izq. sin ser inversa derecha de g.